CAPÍTULO I - VETORES

1.1 Segmentos orientados

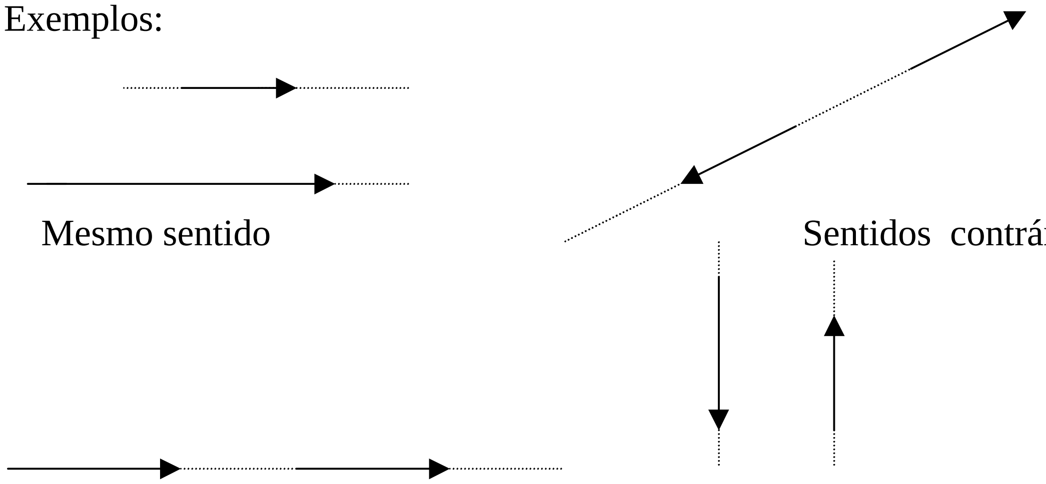
Consideremos uma reta r e sejam A e B dois pontos de r.

Ao segmento de reta AB, podemos associar um sentido : o sentido de A para B, ou o sentido de B para A. Escrevemos $\overline{AB}$ para representar o segmento de reta AB associado com o sentido de A para B. Dizemos que $\overline{AB}$ é o **segmento orientado de origem A e extremidade B** e $\overline{BA}$ é o segmento orientado de origem B e extremidade A. Chamamos $\overline{BA}$, **oposto** de $\overline{AB}$. Se A = B, dizemos que o segmento orientado $\overline{AB} = \overline{BA}$ é o **segmento nulo,** e escrevemos $\overline{AA}$ = O. Na reta r está representado graficamente $\overline{AB}$.

Fixada uma unidade de comprimento, a cada segmento orientado, podemos associar um número real não negativo, seu comprimento, que é a sua **medida** em relação àquela unidade. A medida do segmento $\overline{AB}$, indicamos por $\mathbf{med(\overline{AB})}$**.** Os segmentos nulos têm medida igual a zero. É claro que $\text{med}(\overline{AB}) = \text{med}(\overline{BA})$.

Dados dois segmentos orientados não nulos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, dizemos que eles têm **mesma direção**, se as retas suportes destes segmentos são paralelas ou coincidentes. Só podemos comparar os **sentidos** de dois segmentos orientados, se eles têm a mesma direção. Dois segmentos orientados opostos têm sentidos contrários.

Exemplos:



Mesmo sentido

Sentidos contrários

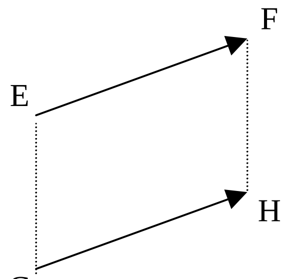
1.2 Equipolência

Definição: O segmento orientado $\overline{AB}$ é equipolente ao segmento orientado $\overline{CD}$, se ambos são segmentos nulos, ou se têm mesma medida e mesmo sentido.

Indicamos: $\overline{AB} \sim \overline{CD}$.

Exemplos:

$\overline{AA} \sim \overline{BB}$ $\qquad$ $\overline{AB} \sim \overline{CD}$



$\overline{EF} \sim \overline{GH}$

Propriedades:

1. $\overline{AB} \sim \overline{AB}$ (reflexiva).
2. Se $\overline{AB} \sim \overline{CD}$ então $\overline{CD} \sim \overline{AB}$ (simétrica).
3. Se $\overline{AB} \sim \overline{CD}$ e $\overline{CD} \sim \overline{EF}$ então $\overline{AB} \sim \overline{EF}$ (transitiva).

4. Dados um segmento orientado $\overline{AB}$ e um ponto C, existe um único ponto D tal que $\overline{AB} \sim \overline{CD}$.
5. Se $\overline{AB} \sim \overline{CD}$ então $\overline{BA} \sim \overline{DC}$.
6. Se $\overline{AB} \sim \overline{CD}$ então $\overline{AC} \sim \overline{BD}$.

Essas propriedades são de fácil verificação.

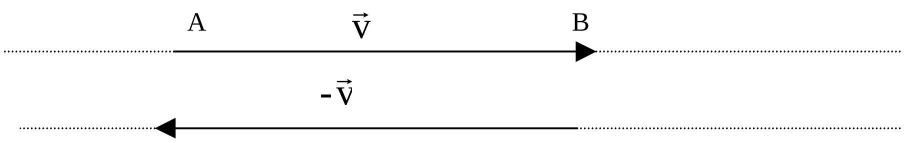
1.3 Vetores

Definição: Chamamos **vetor determinado por um segmento orientado** $\overline{\mathbf{AB}}$, ao conjunto de todos os segmentos orientados equipolentes a $\overline{AB}$.

O vetor determinado por $\overline{AB}$, indicamos por $\overrightarrow{AB}$.

Dois vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{CD}$ **são iguais** se, e somente se $\overline{AB} \sim \overline{CD}$. Um mesmo vetor $\overrightarrow{AB}$ é determinado por uma infinidade de segmentos orientados, que são chamados **representantes** desse vetor, e que são todos equipolentes entre si. Em particular, os segmentos nulos são representantes de um único vetor, que chamamos **vetor nulo**, e indicamos por $\vec{\mathbf{o}}$.

Dado um vetor $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$, chamamos o vetor $\overrightarrow{BA}$ **oposto** de $\overrightarrow{AB}$ e indicamos por $-\overrightarrow{AB}$ ou $-\vec{v}$.



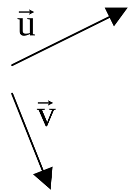
Decorre da propriedade 6 de 1.2 a implicação:

Se $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ então $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

Dado um vetor $\vec{u}$, todos os seus representantes têm a mesma medida. Essa medida denominamos **módulo** do vetor $\vec{u}$, e indicamos por $|\vec{u}|$. Dizemos que os vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{CD}$ não nulos têm **mesma direção** (**mesmo sentido**), se $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ têm mesma direção (mesmo sentido).

Um vetor $\vec{u}$ é **unitário** se $|\vec{u}| = 1$. Chamamos **versor** de um vetor não nulo $\vec{u}$, o vetor unitário que tem mesmo sentido de $\vec{u}$, e indicamos por $\vec{u}^{\circ}$.

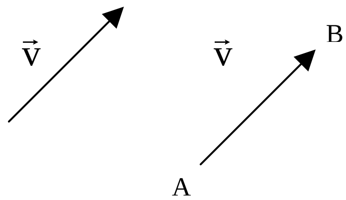
Dizemos que dois vetores não nulos são **ortogonais,** se podem ser representados por segmentos orientados ortogonais, e indicamos por $\vec{u} \perp \vec{v}$.



Convencionamos que o vetor nulo é ortogonal a qualquer vetor do espaço.

1.4 Soma de um ponto com um vetor

Definição: Dados um ponto A e um vetor $\vec{v}$, existe um único ponto B tal que $\overrightarrow{AB} = \vec{v}$. O ponto B chamamos **soma do ponto A com o vetor** $\vec{v}$.



Indicamos a soma $A + (\vec{v})$, simplesmente por $A - \vec{v}$.

Propriedades:

1. $A + \vec{o} = A$.
2. $(A - \vec{v}) + \vec{v} = A$.
3. Se $A + \vec{v} = B + \vec{v}$, então $A = B$.
4. Se $A + \vec{u} = A + \vec{v}$, então $\vec{u} = \vec{v}$.
5. $A + \overrightarrow{AB} = B$.

Essas propriedades são verificadas facilmente.