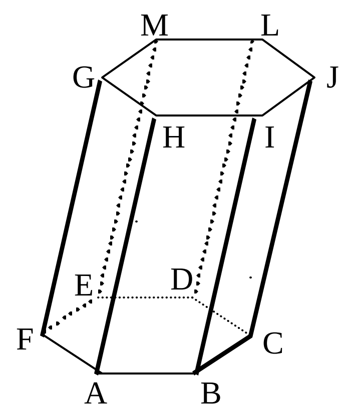
Exercícios

Sequência I

1. Considerando o prisma abaixo, cuja base é um hexágono regular, classifique em verdadeira ou falsa, as sentenças abaixo, justificando cada resposta.



a) $\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{DI}$ é L.D.

b) $\overrightarrow{HI}, \overrightarrow{IC}, \overrightarrow{IB}$ são L.I.

c) $\overrightarrow{GM}, \overrightarrow{MF}, \overrightarrow{FE}$ são L.I.

d) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{IB}$ e $\overrightarrow{MF}$ são L.D.

e) $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{ED}$ e $\overrightarrow{MF}$ são L.D.

f) $\overrightarrow{GM}$ e $2\overrightarrow{AH}$ são coplanares.

g) $\overrightarrow{FA}, \overrightarrow{FE}$ e $\overrightarrow{FM}$ são L.I.

h) $\overrightarrow{FM}$ pode ser escrito como combinação linear de $\overrightarrow{FA}, \overrightarrow{FE}$ e $\overrightarrow{GM}$.

i) $\overrightarrow{MG}$ pode ser escrito como combinação linear de $\overrightarrow{GH}$.

j) $F = E + \overrightarrow{LM}$

l) $\overrightarrow{FA}^\circ = (2\overrightarrow{JI})^\circ$

m) $\overrightarrow{FE}^\circ + (2\overrightarrow{ML})^\circ = (\overrightarrow{FE} + 2\overrightarrow{ML})^\circ$

Nos exercícios de 2 a 5, considere os vetores $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{v} = 5\vec{i} + 5\vec{j} - 2k$ e $\vec{w} = 3\vec{i} + 6\vec{j}$.

2. Verifique se os vetores são L.D. em cada item abaixo:

a) $\vec{u}$ b) $\vec{u}$ e $\vec{v}$ c) $\vec{o}$ d) $\vec{u}$ e $\vec{o}$ e) $\vec{u}$ e $(4,-2,4)$

f) $\vec{u}, \vec{v}$ e $\vec{w}$ g) $\vec{u}, \vec{v}, (1,2,3)$ e $(2,1,4)$ h) $\vec{u}, \vec{v}$ e $(7,4,0)$.

3. Determine:

a) $2\vec{u} - \vec{v} + 3\vec{w}$.

b) as coordenadas do ponto B, onde $A = (1,0,-2)$ e $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.

c) as coordenadas do ponto M, onde M é ponto médio do segmento AB, do item(b).

4. Escreva se possível:

a) $\vec{u}$ como combinação linear de $\vec{a} = (4,-2,4)$.

b) $\vec{u}$ como combinação linear de $\vec{o}$.

c) $\vec{o}$ como combinação linear de $\vec{u}$.

d) $\vec{v}$ como combinação linear de $\vec{u}$.

e) $\vec{u}$ como combinação linear de $\vec{v}$ e $\vec{a} = (4,-2,4)$.

f) $\vec{v}$ como combinação linear de $\vec{u}$ e $\vec{a} = (4,-2,4)$.

g) $\vec{v}$ como combinação linear de $\vec{u}$ e $\vec{w}$.

5. Determine:

a) $\vec{u} \cdot \vec{v}$ e $\vec{u} \cdot \vec{w}$ b) $|\vec{u}|$ e $\vec{u}^{\circ}$ c) $(\vec{u},\vec{v})$ e $(\vec{u},\vec{w})$

d) Um vetor não nulo ortogonal a $\vec{v}$.

e) A projeção de $\vec{u}$ na direção de $\vec{v}$.

f) A projeção de $\vec{u}$ na direção de $\vec{w}$.

g) A medida algébrica da projeção de $\vec{v}$ na direção de $\vec{u}$.

h) O versor de $\vec{b}$, onde $\vec{b} \mathbin{//} \vec{u}$.

i) Um vetor paralelo a $\vec{u}$ e de módulo 9.

j) O vetor $\vec{c}$, sabendo que seus ângulos diretores são agudos, onde $\alpha = 60°$, $\beta = 45°$ e $|\vec{c}| = |\vec{w}|$.

l) $\vec{v} \times \vec{w}$

m) Um vetor unitário ortogonal aos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

n) Uma base ortonormal $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$, onde $\vec{e}_1 \mathbin{//} \vec{u}$.

o) Uma base positiva $\{\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3\}$, onde $\vec{f}_1 = \vec{v}$.

p) O vetor $\vec{d}$, tal que $\vec{d} \times \vec{u} = \vec{o}$ e $\vec{d} \cdot \vec{v} = -2$.

q) A área do triângulo ABC, onde $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ e $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$.

r) $[\vec{u},\vec{v},\vec{k}]$

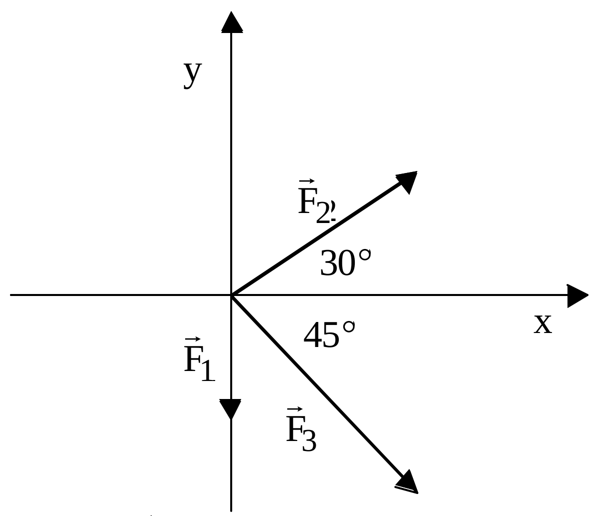
s) O volume do paralelepípedo de arestas AB, AC e AD, onde $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ e $\overrightarrow{AD} = \vec{w}$.

Sequência II

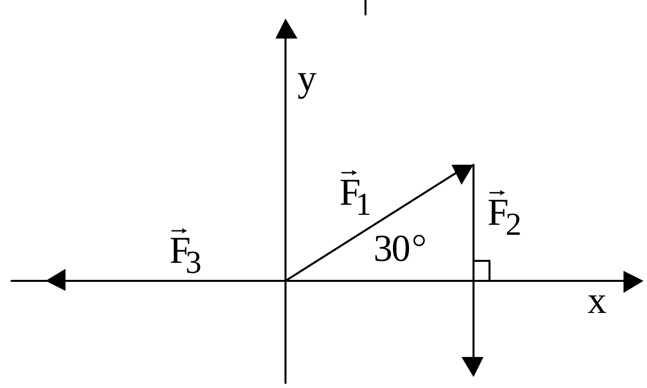
1. Sabendo que A(0,0,0), B(2,1,–2) e C(0,0,5) são vértices de um triângulo, determine um vetor que tem a direção da bissetriz do ângulo interno $B\hat{A}C$.

2. Determine a resultante das forças em cada item a seguir:

a) $|\vec{F}_1| = 80\text{ kgf}$
$|\vec{F}_2| = 150\text{ kgf}$
$|\vec{F}_3| = 180\text{ kgf}$



b) $|\vec{F}_1| = 120\text{kgf}$
$|\vec{F}_2| = 100\text{kgf}$
$|\vec{F}_3| = 120\text{kgf}$



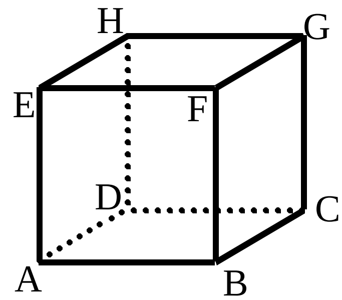
3. Exiba, se possível, os exemplos abaixo. Se impossível explique porque.

a) Uma base do espaço que contenha os vetores $(1,-2,3)$ e $(-2,4,6)$.

b) Três vetores L.I. que não formem uma base do espaço.

c) Um vetor não nulo, paralelo a $\vec{u} = (1,0,2)$ e ortogonal a $\vec{w} = (-1,2,3)$.

4. Do cubo ao lado, sabemos que: $A(2,1,0), B(2,4,0)$ e $\overrightarrow{AD}^{\circ} = (0,0,1)$. Determine as coordenadas:



a) do vetor $\overrightarrow{AC}$;

b) do ponto E;

c) do vetor $\overrightarrow{AL}$, sabendo que $\overrightarrow{FL} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{EF}$.

d) do vetor $\overrightarrow{CG}$ em relação à base $\left\{ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE} \right\}$;

5. De um losango ABCD sabemos que $A(1,0,2)$, $B(2,-1,2)$ e a diagonal AC é paralela ao vetor $\vec{u} = (-1,2,2)$. Determine as coordenadas dos outros vértices.

6. Sabendo que $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{w}| = 4$ e $(\vec{u}, \vec{w}) = 60°$, calcule:

a) $|\vec{u} + \vec{w}|$ b) $|\text{proj}_{\vec{w}}\, \vec{u}|$ c) $\vec{u} \cdot (\vec{u} + \vec{w})$

7. Determine o vetor $\vec{v}$ sabendo que $|\vec{v}| = \sqrt{3}$ e que seus ângulos diretores são agudos e congruentes.

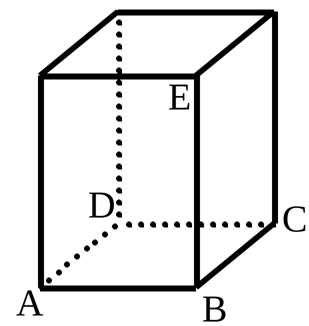
8. De um triângulo ABC, sabemos que $A(1,0,2)$, $B(3,1,1)$ e $\overrightarrow{AC}^{\circ} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$. Determine a altura do triângulo ABC em relação à base AC.

9. De um triângulo ABC, sabemos que: $|\overrightarrow{AB}| = 2$, $|\overrightarrow{AC}| = 3$ e $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3\sqrt{3}$. Determine a área deste triângulo.

10. Sejam AB, AD, e AE arestas de um paralelepípedo retângulo de volume 12 u.v. Sabemos que $A(0,0,0), C(4,1,0)$ e $\overrightarrow{AB}^{\circ} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$.

Determine: a) A área do base ABCD.
b) As coordenadas do vértice E.

11. Do paralelepípedo retângulo ao lado, temos:



a) $A(2,1,0)$, $C(3,2,0)$ e $|\overrightarrow{BE}| = 3$.

b) Dois dos ângulos diretores de $\overrightarrow{AB}$ são $\alpha = \gamma = 45°$.

Determine o volume deste paralelepípedo.

12. De um tetraedro ABCD sabemos que:

a) $A(4, 0, 3)$, $B(-8, 4, 1)$, $D(3, -1, 0)$ e $|\overrightarrow{AC}| = 2\sqrt{2}$.

b) Os ângulos diretores de $\overrightarrow{AC}$ são $\alpha = \gamma = 45°$.

Determine o volume deste tetraedro.

13. Dados os vetores $\overrightarrow{OA} = (1, y, 2)$, $\overrightarrow{OB} = (2, 0, 1)$ e $\overrightarrow{OC} = (0, 3, 1)$, determine o valor de y para que a altura do tetraedro OABC, em relação à base OBC, seja igual a $\frac{1}{7}$ u. c.

14. De um paralelepípedo de base ABCD sabemos que:

a) A(0 ,1 ,1), B(2, 0, 1) e C(-1, 1, 0) ;

b) Os ângulos diretores de $\overrightarrow{AE}$ são agudos e $\alpha = 60°$ e $\beta = 45°$.

Determine as coordenadas de vértice E, para que o volume deste paralelepípedo seja igual a $4\sqrt{2}$ u.v.

15. De um tetraedro ABCD, sabemos que:

a) A(0,0,0), D(1,5,t); $t \in IR$ e $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 8$;

b) $\overrightarrow{AB}° = (1,0,0)$ e $\overrightarrow{AC}° = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$;

c) o triângulo ABC é equilátero.

Determine as coordenadas do vértice D para que o volume deste tetraedro seja igual a $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ u.v.

RESPOSTAS

Sequência I

5. a) 1 e 0 b) 3 e $\left(\frac{2}{3},-\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$ c) $\arccos\frac{\sqrt{6}}{54}$ e 90°

d) $\left(x, y, \frac{5x+5y}{2}\right)$; x, y $\in$ IR e $x \neq 0$ ou $y \neq 0$ e) $\left(\frac{5}{54},\frac{5}{54},-\frac{1}{27}\right)$

f) (0,0,0) g) $\frac{1}{3}$ h) $\left(\frac{2}{3},-\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$ ou $\left(-\frac{2}{3},\frac{1}{3},-\frac{2}{3}\right)$

i) (6,-3,6) ou (-6,3,-6) j) $\left(\frac{3\sqrt{5}}{2},\frac{3\sqrt{10}}{2},\frac{3\sqrt{5}}{2}\right)$ l) (12,-6,15)

m) $\left(-\frac{8\sqrt{485}}{485},\frac{14\sqrt{485}}{485},\frac{15\sqrt{485}}{485}\right)$ ou $\left(\frac{8\sqrt{485}}{485},-\frac{14\sqrt{485}}{485},-\frac{15\sqrt{485}}{485}\right)$

p) (–4,2,–4) q) $\frac{\sqrt{485}}{2}$ u.a. r) 15 s) 60 u.v.

Sequência II

1. $t\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$; $t \in$ IR *

2. a) $\vec{R} = \left(75\sqrt{3}+90\sqrt{2}, -5-90\sqrt{2}\right)$ b) $\vec{R} = \left(60\sqrt{3}-120,\ -40\right)$

4. a) $\vec{AC} = (0,3,3)$ b) E(5,1,0) c) $\vec{CG} = (0,0,1)$ d) $\vec{AL} = (3,2,0)$

5. $C\left(\frac{5}{3},-\frac{4}{3},\frac{2}{3}\right)$ e $D\left(\frac{2}{3},-\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$

6. a) $2\sqrt{7}$ b) 1 c) 8

7. $\vec{v} = (1,1,1)$ **8.** $h = \dfrac{\sqrt{22}}{2}$ u.c. **9.** $S = \dfrac{3}{2}$ u.a.

10. a) S = $6\sqrt{2}$ u.a. b) $E\left(-\dfrac{1}{3}, \dfrac{4}{3}, \dfrac{1}{3}\right)$ ou $E\left(\dfrac{1}{3}, -\dfrac{4}{3}, -\dfrac{1}{3}\right)$

11. $V = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ u.v. **12.** $V = \dfrac{2}{3}$ u.v. **13.** y = 4 ou y = 5

14. $E\left(2,\ 2\sqrt{2}+1,\ 3\right)$ **15.** $D(1,5,2)$ ou $D(1,5,-2)$

☆