Universidade Federal da Bahia

Instituto de Matemática - Departamento de Matemática

Disciplina : MAT AO1 – Geometria Analítica

Última atualização: 2005

4ª Lista de Exercícios - Superfícies

1. Determine as equações das superfícies esféricas, definidas pelas seguintes condições:

a) Centro no ponto C(-4, 2, 3) e é tangente ao plano α: 2x - y - 2z + 7 = 0.

b) De diâmetro AB, onde A(6, 2, -5) e B(-4, 0, 7).

c) Centro na interseção de S: $x^2 = 4(z - 1)$ com o eixo Oz e é tangente à reta r: x = 2y = z - 2.

d) O centro pertence à reta r : X = (-2, 0, 0) + t(0 ,0 ,1), t $\in \Re$ e é tangente aos planos: α x - 2z - 8 = 0 e β: 2x - z + 5 = 0.

e) O centro pertence a reta m : X = (0 , 2, 0) + t(1, 0, 0), t $\in \Re$, é tangente ao plano π: $x + y - \sqrt{3}\, z + 3 = 0$ e à reta s: X = (0 , 1, - 3) + h(0, 2, 1), h $\in \Re$.

2. Seja S uma superfície esférica de equação $x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 7y + 4z - 3 = 0$. Verifique a posição relativa dos pontos dados a seguir em relação a S (interior, exterior ou sobre S).

a) O (0, 0, 0) b) P (1, 5, 2) c) Q (1, 1, 1) d) R (0, 2, 1).

3. Determine o raio e as coordenadas do centro do círculo, que se obtém seccionando a superfície esférica S: $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ com o plano α: x + y + z - 1 = 0.

4. Em cada item abaixo, determine uma equação da superfície cilíndrica de diretriz C cujas geratrizes são paralelas à reta r. Esboce essas superfícies.

a) C: $\begin{cases} x^2 - 4y^2 - 4 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ e r: $X = (1,0,2) + t(0,0,1),\ t \in \mathbb{R}$.

b) C: $\begin{cases} 9z^2 + 4x^2 - 36 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ e r: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 + t \\ z = 0 \end{cases}$; $t \in \mathbb{R}$.

c) C: $\begin{cases} y^2 = 4(z-2) \\ x = 0 \end{cases}$ e r: $x = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-2}{3}$

d) C: $\begin{cases} 4x^2 + z^2 + 4z + y^2 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ e r: $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \quad t \in R$

e) C: $\begin{cases} x = 3 \\ z = 0 \end{cases}$ e r: $\dfrac{x}{-3} = \dfrac{y}{4} = \dfrac{z-1}{2}$

5. Dada a superfície cilíndrica S, determine em cada item, uma equação da diretriz e a direção da geratriz. Esboce as superfícies.

a) S: $(x - 4)^2 + 4(y + 3)^2 - 16 = 0$ b) S : $y^2 - 4y - 4z - 4 = 0$

6. Em cada um dos itens abaixo, determine uma equação da superfície de revolução, gerada pela rotação da curva C, em torno do eixo especificado. Esboce a superfície.

a) $C: \begin{cases} x^2 - 2z^2 = 1 \\ y = 0 \end{cases}$, eixo Ox

b) $C: \begin{cases} x^2 - 2z^2 = 1 \\ y = 0 \end{cases}$, eixo Oz

c) $C: \begin{cases} 2x - y = 10 \\ z = 0 \end{cases}$, eixo Oy

d) $C: \begin{cases} x + (y+2)^2 - 5 = 0 \\ z - 2 = 0 \end{cases}$, eixo $s: \begin{cases} y + 2 = 0 \\ z - 2 = 0 \end{cases}$

e) $C: \begin{cases} 9(x-1)^2 + (z+2)^2 = 9 \\ y - 2 = 0 \end{cases}$, eixo $s: \begin{cases} y - 2 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases}$

f) $C: \begin{cases} x - 2 = 0 \\ y + 3 = 0 \end{cases}$, eixo $s: \begin{cases} x - 4 = 0 \\ y + 3 = 0 \end{cases}$

7. Mostre em cada um dos itens a seguir, que a equação dada representa uma superfície de revolução e determine as equações do eixo de revolução e de uma geratriz num plano contendo o eixo. Esboce a superfície.

a) $S: x^2 + y^2 - 2z^2 = 0$

b) $S: 2x^2 + 2z^2 - y - 8 = 0$

c) $S: e^{2x} - y^2 - z^2 = 0$

d) $S: x^2y + z^2y - 1 = 0$

e) $S: (x-1)^2 - 5(y-3)^2 - 5(z+2)^2 - 25 = 0$

f) $S: 4(x-2)^2 + (y-4)^2 + 4(z+1)^2 - 16 = 0$

8. Considere a superfície $S: x^2 - 2y^2 + xz - 4z + 6 = 0$.

a) Determine uma equação da superfície simétrica de S em relação ao eixo Ox.

b) Verifique se S é simétrica em relação ao plano y O z.

c) Determine e identifique a interseção de S com os planos $\alpha: x = 2$ e $\beta: z = 4$.

9. Identifique e esboce cada superfície dada a seguir.

a) $S: 16x^2 + 9y^2 + 4z^2 - 144 = 0$.

b) $S: (x-2)^2 - 2y = 0$.

c) $S: 4x^2 - 9(y-2)^2 + 4z^2 = 0$.

d) $S: x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 4y - 6z + 13 = 0$.

e) $S: 36x^2 - 16y^2 - 9z^2 - 144 = 0$.

f) $S: 9y^2 - x^2 - 9 = 0$.

g) S: $4y^2 + 9z^2 - 36y = 0$.

h) S: $4y^2 - 9x^2 - 36z = 0$.

i) S: $x^2 - 4x + 4y^2 + 16z^2 - 12 = 0$.

j) S: $12x^2 + 9y^2 - 16z = 0$.

k) S: $9x^2 - 4y^2 + 36z^2 - 36x - 8y - 72z + 32 = 0$.

l) S: $4(x + 4) - (y + 2)^2 + 2(z - 1)^2 = 0$

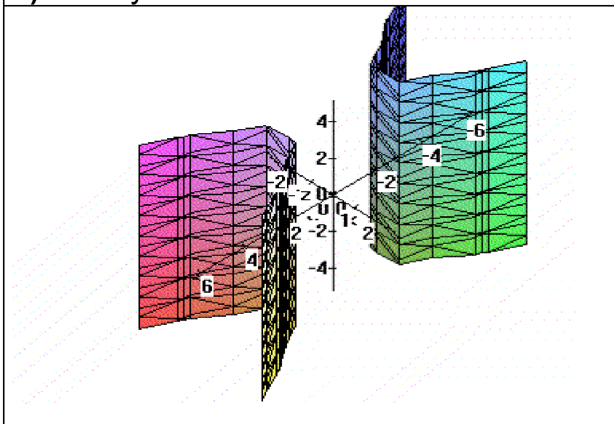
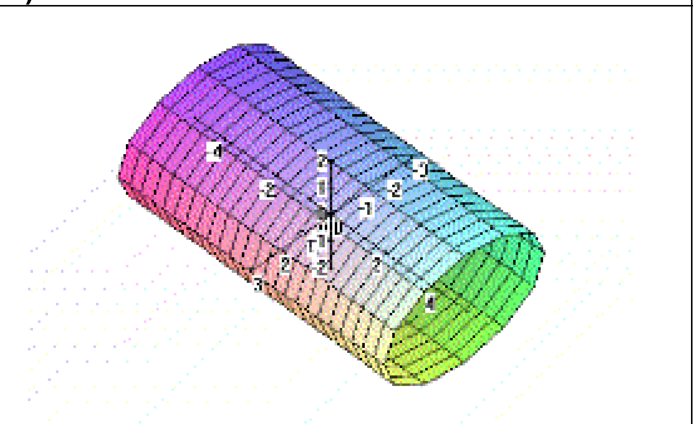
Respostas

1. a) $x^2 + y^2 + z^2 + 8x - 4y - 6z + 20 = 0$
   b) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 59 = 0$
   c) $9x^2 + 9y^2 + 9z^2 - 18z + 4 = 0$
   d) $5x^2 + 5y^2 + 5z^2 + 20x + 110z + 481 = 0$ ou $5x^2 + 5y^2 + 5z^2 + 20x + 30z + 49 = 0$.
   e) $x^2 + y^2 + z^2 - 5x - 4y = 1$ ou $x^2 + y^2 + z^2 - 4y = 1$

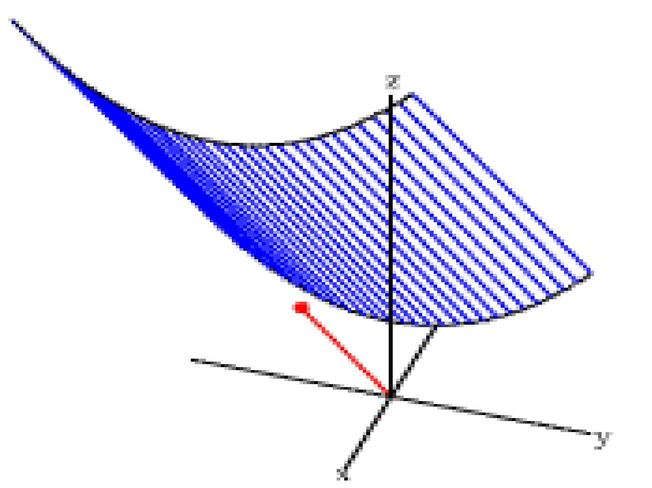
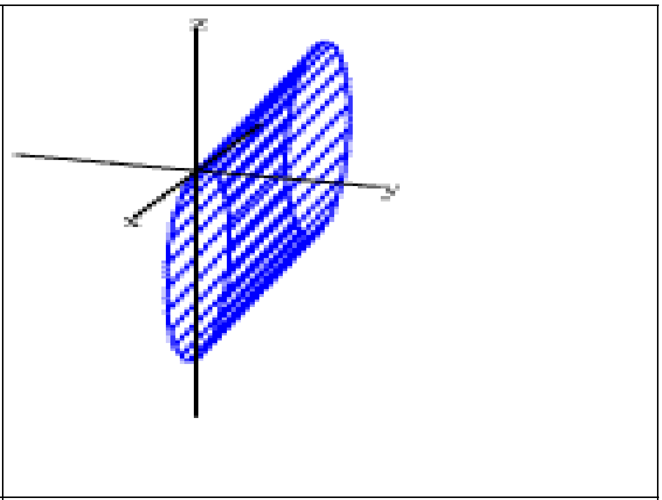
2. a) Interior a S b) Exterior a S c) Sobre S d) Interior a S.

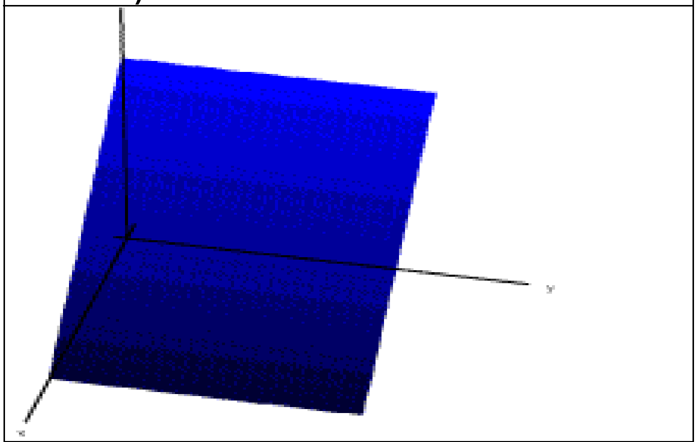
3. Raio $r = \sqrt{47}/3$ e centro C (1/3 , 1/3 , 1/3).

4.

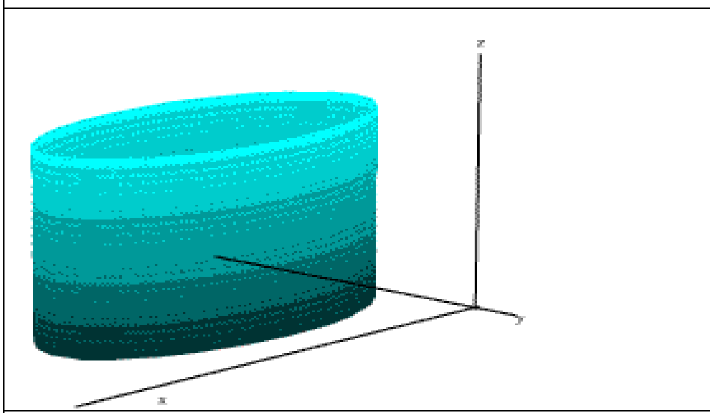
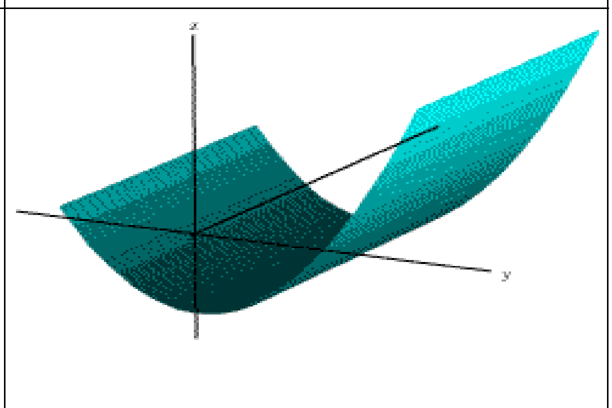
a) $x^2 - 4y^2 - 4 = 0$	**b)** $9z^2 + 4x^2 - 36 = 0$
	
Sup. Cilíndrica hiperbólica reta	Sup. Cilíndrica elíptica reta

c) $(y + x)^2 - 4(z - 3x - 2) = 0$	**d)** $4(x - y)^2 + (z - 2y)^2 + 4(z - 2y) = 0$

	
Superfície cilíndrica parabólica oblíqua	Superfície cilíndrica elíptica oblíqua

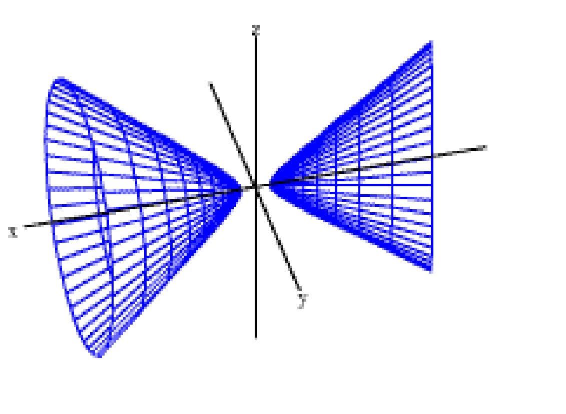
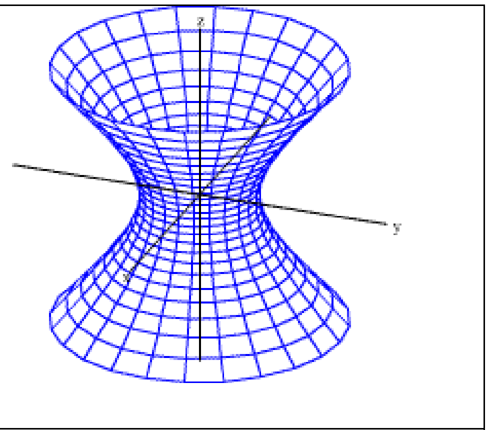
e) 2 x + 3 z - 6 = 0


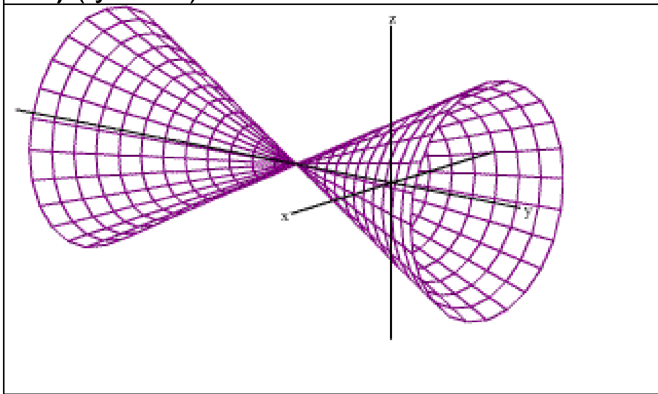
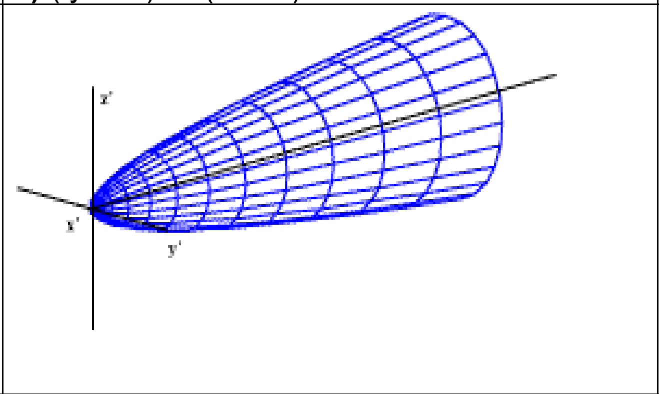
5.

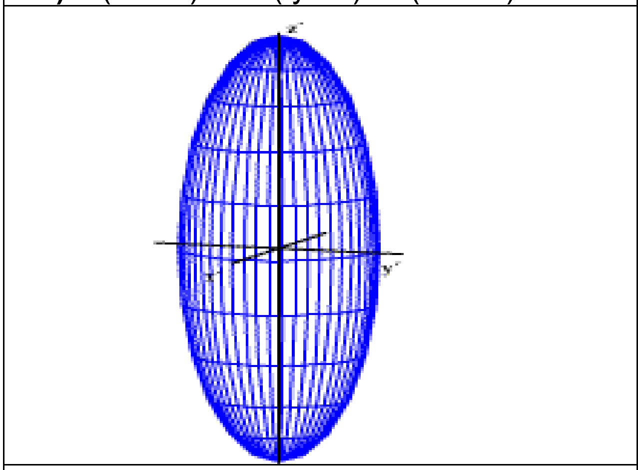
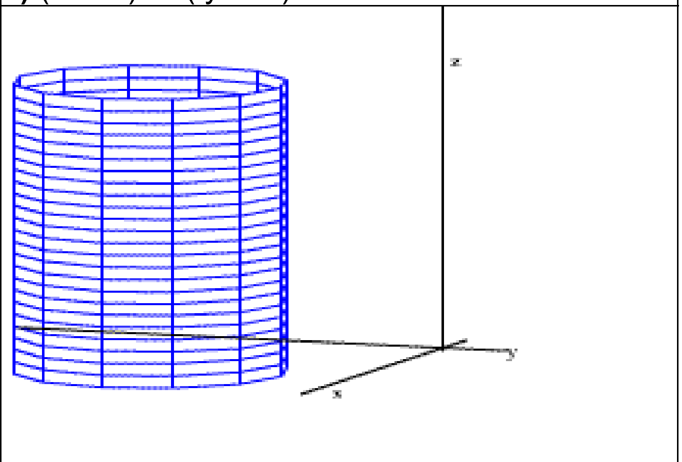
$a)\ C:\begin{cases}(x-4)^2+4(y+3)^2=16\\ z=0\end{cases}$ e $\vec{v}_G=(0,0,1)$	$b)\ C:\begin{cases}(y-2)^2=4(z+2)\\ x=0\end{cases}$ e $\vec{v}_G=(1,0,0)$
	
Superfície cilíndrica elíptica reta	Superfície cilíndrica parabólica reta

6.

a) $x^2 - 2y^2 - 2z^2 - 1 = 0$	**b)** $x^2 + y^2 - 2z^2 - 1 = 0$

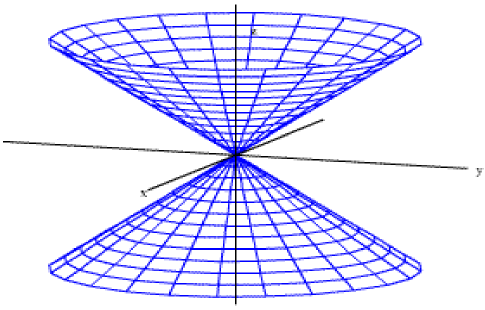
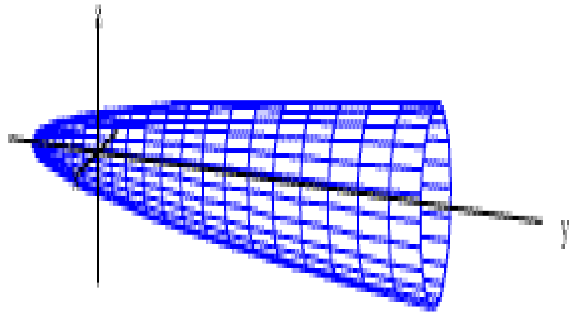
	
Hiperbolóide de revolução de duas folhas	Hiperbolóide de revolução de uma folha

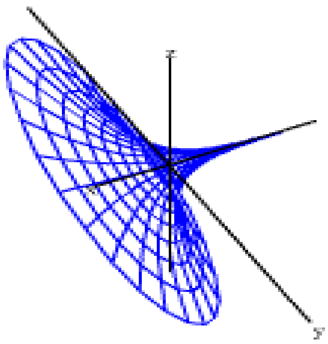
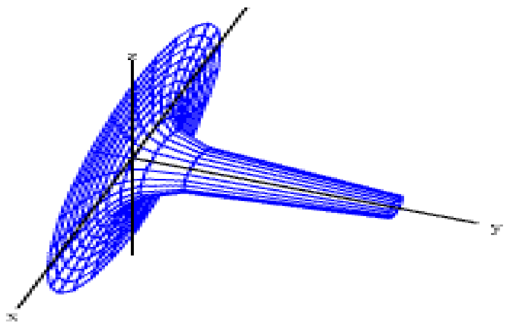
c) $(y+10)^2 - 4x^2 - 4z^2 = 0$	**d)** $(y+2)^2 + (z-2)^2 + x - 5 = 0$
	
Superfície cônica de revolução	Parabolóide de revolução (esboço no sist. O´x´y´z´)

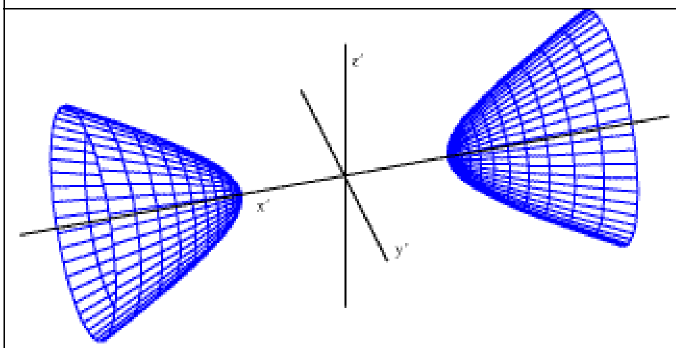
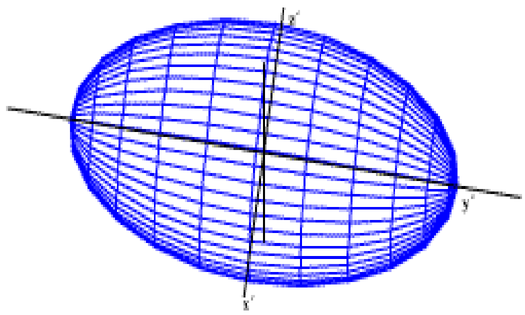
e) $9(x-1)^2 + 9(y-2)^2 + (z+2)^2 - 9 = 0$	**f)** $(x-4)^2 + (y+3)^2 - 4 = 0$
	
Elipsóide de revolução(esboço no sist. O´x´y´z´)	Cilindro de revolução

7.

a) Eixo Oz e G: $\begin{cases} y = \sqrt{2}z \\ x = 0 \end{cases}$	b)Eixo Oy e G: $\begin{cases} z^2 = \frac{1}{2}(y+8) \\ x = 0 \end{cases}$

	
Superfície cônica de revolução	Parabolóide de revolução

c) Eixo Ox e G: $\begin{cases} y = e^x \\ z = 0 \end{cases}$	d) Eixo Oy e G: $\begin{cases} y = \dfrac{1}{x^2} \\ z = 0 \end{cases}$
	

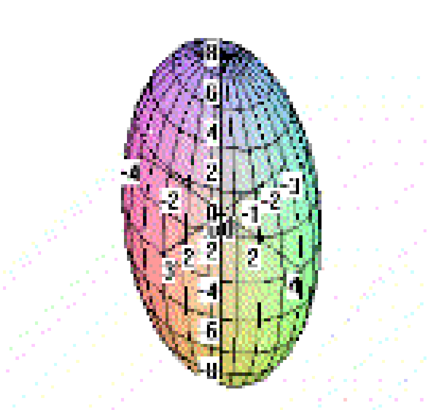
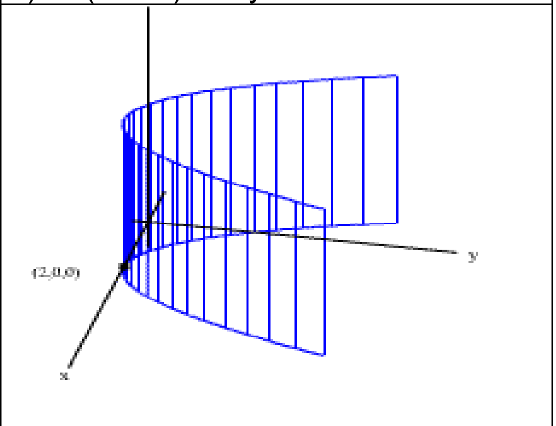
e) Eixo s: $\begin{cases} y - 3 = 0 \\ z + 2 = 0 \end{cases}$ e G: $\begin{cases} (x-1)^2 - 5(y-3)^2 = 25 \\ z + 2 = 0 \end{cases}$	f) Eixo s: $\begin{cases} x - 2 = 0 \\ z + 1 = 0 \end{cases}$ e G: $\begin{cases} (y-4)^2 + 4(z+1)^2 = 16 \\ x - 2 = 0 \end{cases}$
	
Hiperbolóide de revolução com duas folhas (esboço no sist. O´x´y´z´)	Elipsóide de revolução(esboço no sist. O´x´y´z´)

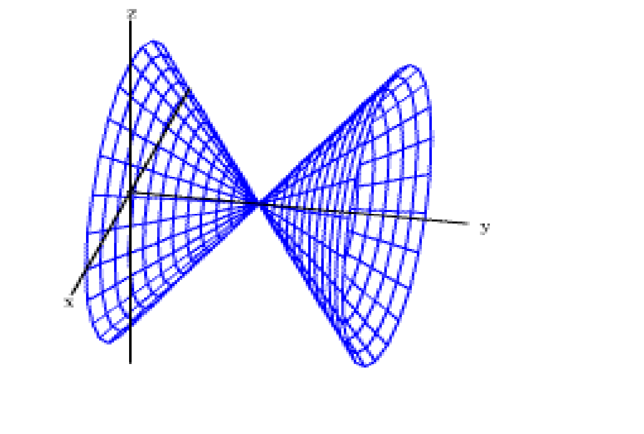
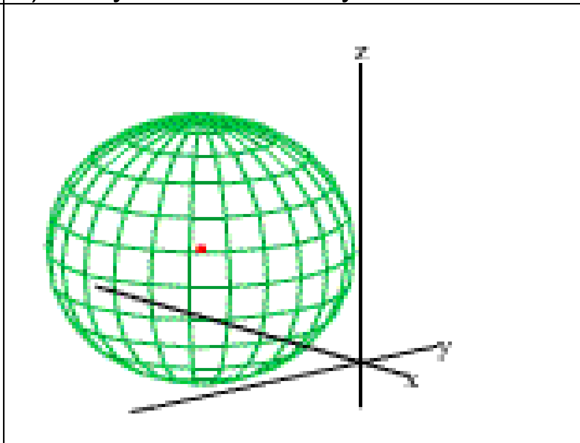
8. **a)** $x^2 - 2y^2 - xz + 4z + 6 = 0$ **b)** Não.

c) 1) P: $\begin{cases} y^2 = -(z-5) \\ x = 2 \end{cases}$ Parábola com vértice em V(2,0,5)

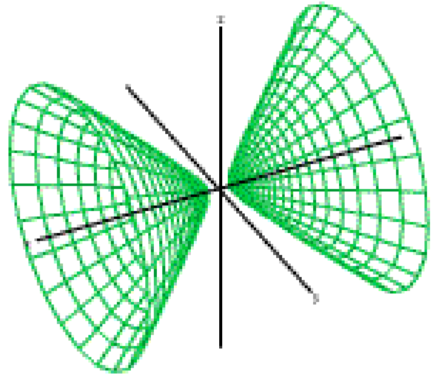
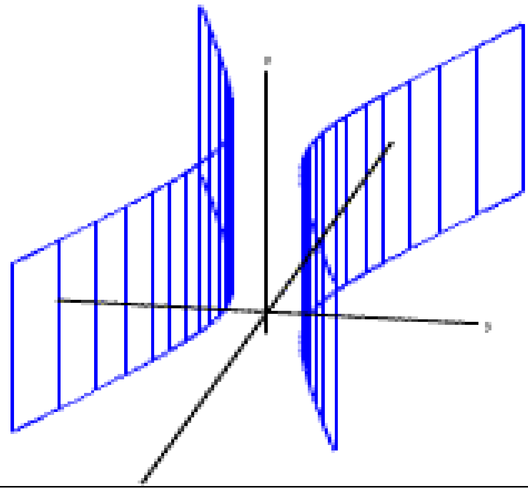
c) 2) H: $\begin{cases} (x+2)^2 - 2y^2 = 14 \\ z = 4 \end{cases}$ Hipérbole com centro em C(-2,0,4)

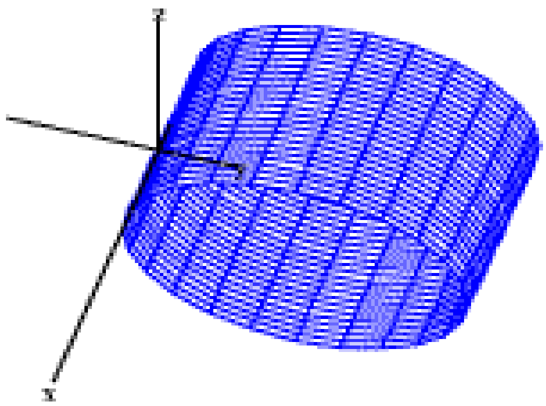
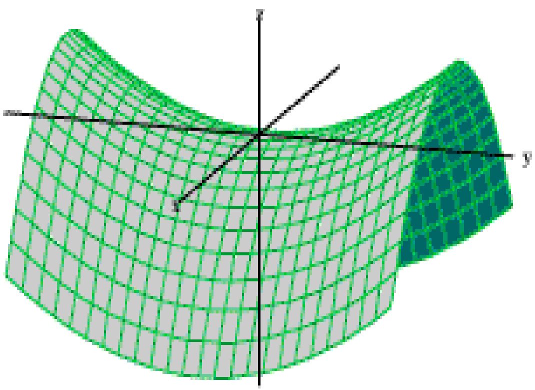
9.

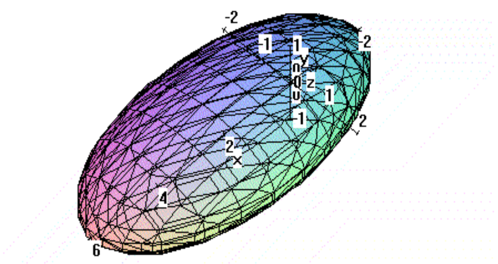
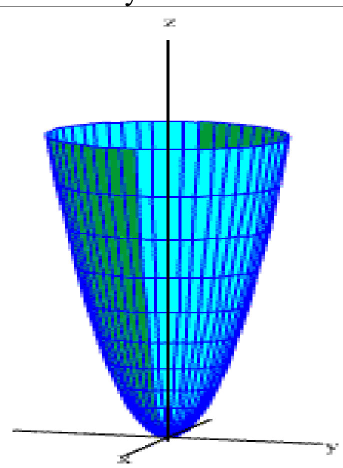
a) $16x^2 + 9y^2 + 4z^2 - 144 = 0$	b) S: $(x-2)^2 - 2y = 0$.
	
Elipsóide	Sup. Cilíndrica parabólica reta

c) $4x^2 - 9(y-2)^2 + 4z^2 = 0$	d) $x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 4y - 6z + 13 = 0$.
	
Superfície cônica de revolução	Superfície esférica

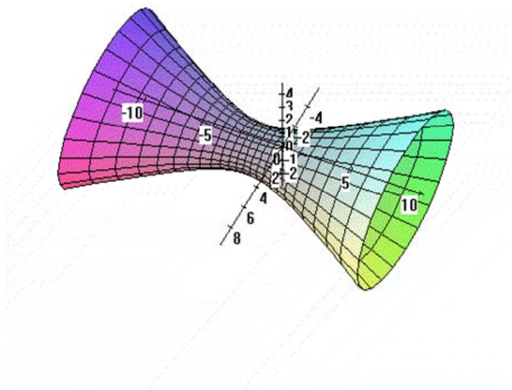
e) S: $36x^2 - 16y^2 - 9z^2 - 144 = 0$	f) S: $9y^2 - x^2 - 9 = 0$

	
Hiperbolóide de duas folhas	Superfície cilíndrica hiperbólica reta

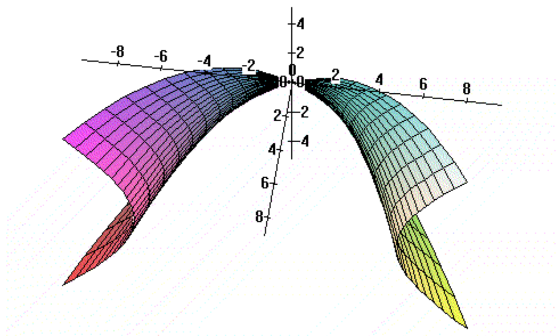
g) S: $4y^2 + 9z^2 - 36y = 0$.	h) S: $4y^2 - 9x^2 - 36z = 0$.
	
Superfície cilíndrica elíptica reta	Parabolóide hiperbólico(sela)

i) S: $x^2 - 4x + 4y^2 + 16z^2 - 12 = 0$	j) S: $12x^2 + 9y^2 - 16z = 0$.
	
Elipsóide	Parabolóide Elíptico

k) S: $9x^2 - 4y^2 + 36z^2 - 36x - 8y - 72z + 32 = 0$	l) S: $4(x+4) - (y+2)^2 + 2(z-1)^2 = 0$



Hiperbolóide de uma folha



Parabolóide Hiperbólico (sela)
Sistema O´x´y´z´ (O´(-4,-2,1)